ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА•№2 (27)•2013

УДК 796.012

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ В БИОМЕХАНИЧЕСКОМ МНОГОЗВЕННИКЕ С ПОМОЩЬЮ ВЕКТОРА ШЕПЛИ

СЕРГОЯН
Айк Самвелович
Российский государственный университет физической культуры, спорта, молодежи и туризма (ГЦОЛИФК), Москва
Аспирант 1-го года обучения кафедры естественно-научных дисциплин
hayksergoyan@yahoo.com

ПОПОВ
Григорий Иванович
Российский государственный университет физической культуры, спорта, молодежи и туризма (ГЦОЛИФК), Москва
Заведующий кафедрой естественно-научных дисциплин, профессор, доктор педагогических наук
Тел. 8-903-763-38-62

SERGOYAN Aik
Russian State University of Physical Culture, Sport, Youth and Tourism (GTSOLIFK), Moscow
Graduate Student of the 1st year of Training of Chair of Natural-Science Disciplines
hayksergoyan@yahoo.com

POPOV Grigory
Russian state university of physical culture, sports, youth and tourism (GTsOLIFK), Moscow
Head of the Chair of Natural-Science Disciplines, Professor, Doctor of Pedagogical Sciences
Ph. 8-903-763-38-62

Ключевые слова: *биомеханика, математика, теория игр, вектор Шепли, оптимизация, биомеханический многозвенник, распределение энергии.*

Аннотация. В данной работе построена математическая модель с использованием теории игр и с помощью этой модели решена задача оптимального распределения кинетической энергии в биомеханическом многозвеннике.

OPTIMIZATION OF REDISTRIBUTION OF ENERGY IN BIOMECHANICAL MULTI-LINK CHAIN BY MEANS OF SHAPLEY'S VECTOR

Keywords: *biomechanic, mathematic, theory of games, Shapley's vector, optimization, biomechanical multi-link chain, energy distribution.*

Abstract. In this work the authors made a mathematical model with use of the theory of games, and by means of the constructed model the problem of optimum distribution of kinetic energy in a biomechanical multi-link chain is solved.

Актуальность. В теории игр в основном изучаются два вида игр – стратегические и кооперативные. В кооперативных моделях изначально предполагается, что игроки объединяются в большую коалицию, включающую всех игроков, с целью максимизации общего выигрыша [3]. В кооперативной игре предполагается возможность перераспределения между игроками выигрыша, полученного в результате действий образованной ими коалиции [4]. При этом различаются два типа задач: задачи с трансферабельной и нетрансферабельной полезностью. В первом случае речь идет о векторной оптимизации выигрыша, во втором максимизируется сумма выигрышей игроков. Вектор Шепли, как принцип оптимального распределения ресурсов в кооперативной игре, имеет ключевое значение. Сначала вектор Шепли применялся на уровне коалиций, принадлежащих коалиционной структуре, для определения выигрышей этих коалиций, а затем – для дележа коалиционного выигрыша. Исследование некоторых замечательных коалиционных игр может быть найдено в работах [1, 5–8].

Анализ литературы, касающейся теории кооперативных игр, дает все основания утверждать, что вопрос об оптимальном распределении ресурсов, который возникает, например, в экономике, актуален и в биомеханике применительно к энергообеспечению движений, поэтому при построении оптимизационной модели теорию кооперативных игр можно будет применить для решения некоторых задач в биомеханике.

Цель работы: показать, как с помощью формализации теории игр, примененной к биомеханическим экспериментальным данным, может быть решена задача оптимизации распределения энергии в трехзвеннике при выполнении ударного действия.

Методика. Тело человека – это система подвижно соединенных звеньев. Многозвенник – это система, которая состоит из звеньев, число которых >1.

Теорема Шепли. Для любой кооперативной игры v существует единственное распределение выигрыша, удовлетворяющее аксиомам Шепли, которое определяется следующей формулой:

$$\Phi(v)_i = \sum_{i \in K} \frac{(k-1)! \times (n-k)!}{n!} \times \left(v(K) - v(K \setminus i)\right) \qquad [3],$$

где n – количество игроков, k – количество участников коалиции K.

В силу вышеизложенного предполагалось рассмотреть многозвенник как систему из «игроков». Для решения задачи оптимизации в качестве критерия оптимизации выбираем кинетическую энергию движения звеньев. Она же будет выполнять роль характеристической функции, необходимой для расчетов. Наша задача – найти распределение кинетической энергии по звеньям по принципу Шепли.

Имеем трехзвенник из бедра, голени и стопы. Был произведен эксперимент, в котором у испытуемого измеряли и затем рассчитывали скорости этих звеньев во время удара «лоу кик». У конкретного испытуемого m_1, m_2, m_3 соответственно массы голени, стопы, бедра: m_1=3,03 кг, m_2=0,97 кг, m_3=9,96 кг. Ниже приведена таблица скоростей движения этих звеньев (собственные данные предоставлены А. Вагиным).

Максимальные значения скоростей в разных звеньях и моменты времени их достижения с начала выполнения удара «лоу кик»

Звенья	Максимальная скорость, м/с	Момент времени достижения максимума, с
Бедро	3,0	3,9
Голень	6,3	4,3
Стопа	10,2	4,5

Результаты. Для момента времени t=4,5 с, т.е. для момента времени достижения максимума скорости на последнем звене, для кинетической энергии получаем следующие данные:

$E(1)_{кин}$=2,9694 Дж, $E(2)_{кин}$=0,1746 Дж,
$E(3)_{кин}$=19,92 Дж,
$E(1\cup2\cup3)_{кин}$ = 23,064 Дж

Поскольку для нашего испытуемого важна проблема совершенствования в изучаемом движении, рассмотрим случай резкого увеличения энергозатрат для выполнения удара, который может рассматриваться как некоторые оценки модельных характеристик. Исходя из этого зададим экстремальное условие, при котором кинетическая энергия трехзвенника должна достигнуть уровня $E(1\cup2\cup3)^{кин}$= 67,077 Дж, с предполагаемым распределением:

$E(1)_{кин}$=14,559 Дж, $E(2)_{кин}$=4,66085 Дж,
$E(3)_{кин}$=47,8578 Дж.

Решение же оптимизационной задачи с помощью вектора Шепли дает следующее распределение кинетической энергии в звеньях:

$E(1)_{кин}$=16,099 Дж, $E(2)_{кин}$=9,753 Дж,
$E(3)_{кин}$=41,22535 Дж.

Полученные данные показывают, каким должен быть конкретный прирост энергии в каждом звене за счет более рациональной межмышечной координации, для того чтобы система достигла ожидаемого энергетического максимума.

Обсуждение результатов. Для ударных действий характерен механизм последовательного разгона и торможения звеньев кинематической цепи, где дистальное звено многозвенной цепи непосредственно воздействует на объект удара. Наблюдается последовательный переход ускорения и торможения от проксимальных к дистальным звеньям. Ускорение любого дистального звена происходит на фоне торможения предшествующего проксимального звена. В.Н. Тутевич показал, что скорость дистального звена наибольшая, если:

– каждое звено разгоняется поочередно, начиная со звеньев наибольшей массы;

– разгон последующего звена начинается тогда, когда скорость предыдущего достигает максимума (ускорение равно нулю).

В кооперативной игре перед игроками стоит антагонистическая задача – получение собственного выигрыша за счет игрока – противника. В биомеханике это сродни двигательным задачам, решаемым при последовательном разгоне звеньев. В последовательности развития активности мышц различных звеньев тела проксимальные звенья начинают вращательное движение в суставах раньше дистальных. Затем проксимальные звенья замедляются до того, как дистальные достигли пика угловой скорости. Последовательное вовлечение звеньев в работу, построенное на том, что проксимальное звено обгоняет дистальное, важно не только с точки зрения более эффективного растяжения мышц и их активации для разгона звеньев, но и с точки зрения передачи энергии от звена к звену. Теорема Шепли как раз и позволяет учесть антагонистические проявления игроков в игре, рассматриваемых как действия звеньев тела. В нашем случае игровой выигрыш эквивалентен достижению некоторого оптимума в характеристической функции, которая является кинетической энергией движения звеньев.

Вывод. Использование формализма теории игр позволяет решить задачу оптимизации энергозатрат в ударных движениях, связанных с последовательным разгоном звеньев ударяющей биокинематической цепи.

Литература

1. Ауман Р., Дряз А. Coopérative Games with Coalition Structure. 1.t J. Gametheory, 1974, V. 4, P. 217-237.

2. Ауман Р., Машлер М. The Bargaining set for coopérativegames. Advanced in game theory. Ann. Math. Studies. V.52. Princeton: Princeton Univ. Press, 1964, P. 443-476.

3. Мамкина С.И. Многошаговые игры с полной информацией и переменным коалиционным разбиением: автореф. дис. … канд. физ-мат. наук: 01.01.09 / Мамкина Светлана Игоревна. – Санкт-Петербург, 2005. – 17 с.

4. Оганян Л.С. Алгоритмы и программный комплекс решения задач теории кооперативных игр. Ядерные решения дискретных кооперативных игр: автореф. дис. … канд. физ-мат. наук: 05.13.18 / Оганян Лев Сергеевич. – Ростов-на-Дону, 2010. – 20 с.

5. Davis M., Maschler M. Existence of Stable Payoff Configuration for Cooperative Games. Essays in Mathematical Economics in Honor of O. Morgenstern, M. Shubiked, 1967, Princeton, P. 39-52.

6. Hart S., M. Kurz. Stable Coalitional Structures. Coalitions and Collective Action, Ed. by M.J. Holler. Wurzburg, 1984, p. 236-258.

7. Luce R.D. A Definition of stability for n-person games. Ann. Math, 1954, V.59, P. 357-366.

8. Owen G. Game Theory. Third edition, Academic Press, 1995.