

REFERENCES

1. Farfel, V.S. (2011), *Motion control in sports*, Publishing house Soviet Sport, Moscow.
2. Furaev, A.N. (2012), "Building automated informational systems for the rapid correction of biomechanical parameters of sports exercises", *Theory and practice of physical culture*, No. 6, pp. 19-22.
3. Furaev, A.N. (2018), "Automated informational system for rapid correction of the technique of performing barbell snatch – development experience", *Uchenye zapiski universiteta im. P.F. Lesgafta*, Vol. 161, No. 7, pp. 265-270.

Контактная информация: furaev@gmail.com

Статья поступила в редакцию 30.01.2019

УДК 796.88

МЕТОДИКА РАСЧЕТА СИЛ, ПРИКЛАДЫВАЕМЫХ СПОРТСМЕНОМ К ШТАНГЕ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ТОЛЧКА, ИСПОЛЬЗУЮЩАЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АЛГОРИТМЫ ФИЛЬТРАЦИИ
Леонид Александрович Хасин, директор, кандидат педагогических наук, доцент, Сергей Борисович Бурьян, старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук, Андрей Леонидович Дроздов, старший научный сотрудник, Научно-исследовательский институт информационных технологий Московской государственной академии физической культуры (НИИТ МГАФК), Малаховка

Аннотация

В настоящей работе предлагается методика расчета силы, прикладываемой спортсменом к штанге при выполнении толчка от груди. При расчете сил учитываются упругие свойства грифа штанги. Предлагается два способа расчета. Первый способ основан на нахождении координат центра масс пакетов блинов с последующим их численным дифференцированием, нахождением ускорения и силы, приложенной к штанге. Второй способ основан на использовании модели штанги, в которой гриф штанги рассматривается как стальная балка с постоянным круговым сечением. По известным координатам точек опор грифа и координатам конца грифа находится величина прогиба грифа, которая, согласно модели, пропорциональна силе, приложенной к штанге. Координаты точек на штанге получены с помощью скоростной видеосъемки. Были проведены расчеты силы, приложенной к штанге, при выполнении толчка от груди одним из сильнейших российских тяжелоатлетов. Показано существенное (на 25% и более) снижение величины силы при расчетах, учитывающих упругость грифа штанги по сравнению с подходом, рассматривающим штангу как твердое тело. Найденные двумя способами зависимости силы, приложенной к штанге, от времени согласуются удовлетворительно.

Ключевые слова: тяжелая атлетика, математическое моделирование в спорте, скоростная видеосъемка, цифровой фильтр, упругая балка, толчок штанги от груди.

METHOD OF CALCULATION OF FORCES APPLIED BY THE ATHLETE TO THE BAR BASED ON MATHEMATICAL MODELLING AND ALGORITHMS OF FILTRATION

Leonid Aleksandrovich Hasin, the director, the candidate of pedagogical sciences, senior lecturer, Sergey Borisovich Buryan, the candidate of physical and mathematical sciences, senior researcher, Andrey Leonidovich Drozdov, the senior research associate, Scientific research Institute of Information Technologies of Moscow State Academy of Physical Culture, Malakhovka, Moscow region

Annotation

Method of calculation of force applied by an athlete to a bar when performing a jerk is offered in this paper. When calculating forces, the elastic properties of a bar are considered. Two ways of calculation are offered. The first way is based on finding of coordinates of the center of mass of packages of bar pancakes with their subsequent numerical differentiation, finding of acceleration and force applied to a bar. The second

way is based on use of model of a bar in which the bar weight is considered as a steel beam with constant circular section. On the known coordinates of points of support of a bar and coordinates of the end of a bar there is a bar deflection size which, according to the model, is proportional to force applied to a bar. Coordinates of points on a bar are received by means of high-speed video filming. Calculations of force applied to a bar at performance of a jerk by one of the strongest Russian weight-lifters have been carried out. Decrease in size of force when calculating considering elasticity of a bar in comparison with the approach considering a bar as a solid body is shown essentially (for 25% and more). The dependences of force applied to a bar on time found in two ways coordinated well.

Keywords: weightlifting, mathematical modeling in sport, high-speed video filming, digital filter, elastic beam, jerk.

Изучение пространственно-временных, кинематических и динамических характеристик движения в различных видах спорта проводилось в НИИТ МГАФК на протяжении последних 12 лет. Для регистрации движения использовалась скоростная видеосъемка, в качестве методов исследования применялось математическое моделирование и современные методы анализа данных. Целью настоящего исследования являлась разработка методики расчета вертикальных сил, прикладываемых спортсменом к штанге, в основе которой лежат математическое моделирование и алгоритмы фильтрации [1, 2, 3]. Регистрация движения осуществлялась с применением скоростной видеосъемки (250 к/с).

Нами использовалась фронтальная видеосъемка толчка штанги от груди, которая позволила получить координаты нужных точек на грифе штанги в моменты времени с интервалом 0,004 с. Начальное положение: спортсмен стоит на прямых ногах, штанга лежит на груди, руки на грифе чуть шире плеч.

Для каждого кадра видеоряда маркируются шесть точек: 1) левый конец грифа, 2) правый конец грифа, 3) точка опоры на левом плече, 4) точка опоры на правом плече, 5) точка на внутреннем крае левого ограничителя блинов (бобышки), 6) точка на внутреннем крае правого ограничителя блинов (бобышки).

Полученные координаты точек использовались для расчета вертикального ускорения штанги двумя способами.

Первый способ был разработан в НИИТ МГАФК [Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017613826] [4] и применяется для расчета скоростей и ускорений точек по координатам, которые были получены посредством маркировки видеоряда.

Использовалась следующая схема. На первом шаге последовательно рассчитывалось перемещение в нужных точках. На втором – скорость перемещения в этих же точках. На третьем шаге последовательно рассчитывалось ускорение этих же точек. Для каждой маркированной точки осуществлялась аппроксимация полиномом третьего порядка точек, близлежащих к анализируемой с последующим дифференцированием.

Для определения сил, прикладываемых спортсменом к штанге, рассчитывалось положение центров масс пакетов блинов. Для этого использовались координаты пары точек. Первая точка пары – конец грифа штанги, вторая – точка на внутреннем крае ближнего ограничителя блинов. Положение центра масс блинов находилось из геометрических соображений.

Во втором способе применяется математическое моделирование, в основе которого лежит уравнение упругой линии [Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018615517] [5]. Для расчета динамических характеристик движения штанги была разработана модель, в которой гриф штанги заменяется стальной балкой с постоянным круговым сечением, лежащей на двух опорах, движущихся с ускорением a . Данная схема представлена на рисунке 1.

Используя формулы (1), (2) и имея известные координаты концов грифа и точек опоры (плечи спортсмена), можно рассчитать силу P в точках приложения сил через измеренную по координатам величину прогиба. Используя в качестве точек опор A и B (рисунок 1) точки на ключицах, когда гриф опирается на плечи, можно рассчитать прогибы штанги

на концах грифа.

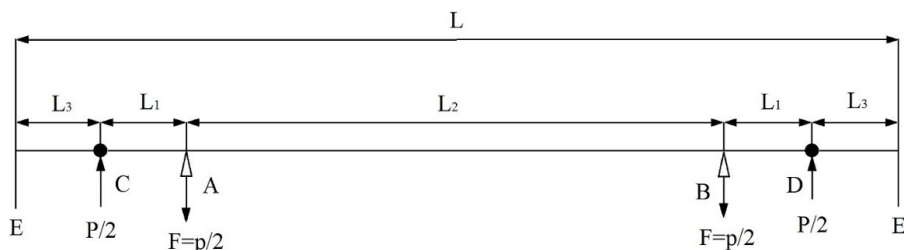


Рисунок 1 – Расчетная схема изгиба стальной балки на двух опорах

$$y_c = y_d = -\frac{PL_1^2}{2EI} \left(\frac{1}{3} L_1 + \frac{1}{2} L_2 \right). \quad (1)$$

Прогиб балки на концах (точки E) – по формуле (2):

$$y_E = y_c - \frac{PL_1}{2EI} \left(\frac{1}{2} L_1 + \frac{1}{2} L_2 \right) \times L_3, \quad (2)$$

где $E = 2.1 \cdot 10^{11} \frac{H}{M^2}$ – модуль упругости для стали согласно [6]; I – момент сопротив-

ления сечения, для круга радиуса R , рассчитываемый по формуле: $I = \frac{\pi R^4}{4}$.

Величина прогиба определяется как расстояние от точки на конце грифа до прямой, проходящей через точки опор A и B. Используя формулу 2, можно найти силу P в точках C и D, и зная массу штанги – ускорения в этих точках.

В эксперименте по расчету параметров движения штанги был использован результат обработки видеоряда, отснятого скоростной видеокамерой Phantom Miro M110, расположенной фронтально напротив спортсмена, так, чтобы оптическая ось объектива проходила через центр грифа. Спортсмен, член сборной команды России, выполняет упражнение «толчок от груди», вес снаряда 241 кг. Скорость съемки – 250 к/с, разрешение матрицы – 1024×752 пиксел. С помощью цифрового фильтра были найдены ускорения на конце грифа штанги и в центре пакета блинов. Графики зависимости найденных ускорений от времени для левого конца грифа представлены на рисунке 2.

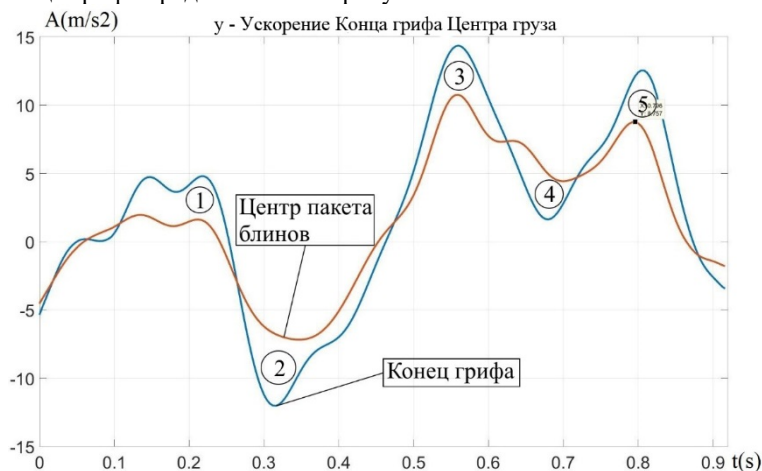


Рисунок 2 – Зависимость ускорений на конце грифа и в центре пакета блинов от времени

Как видно из рисунка 2, значения ускорений на конце грифа и соответствующем центре пакета блинов заметно отличаются. Кривая ускорения центра пакета блинов имеет

более пологий вид. Это является аргументом в пользу того, что нельзя рассматривать штангу как твердое тело, как принимают в [7]. При расчете сил, прикладываемых спортсменом к штанге, необходимо учитывать упругие свойства грифа.

Гриф штанги в процессе выполнения упражнения прогибается. Графики зависимости измеренной величины прогиба на концах грифа Y_c от времени представлены на рисунке 3. Зная величину прогиба на конце грифа штанги, с помощью формул 1 и 2 можно вычислить величину прогиба штанги в центре пакета блинов в точках С и D. Графики зависимости величины прогиба в точках С и D представлены на рисунке 3.

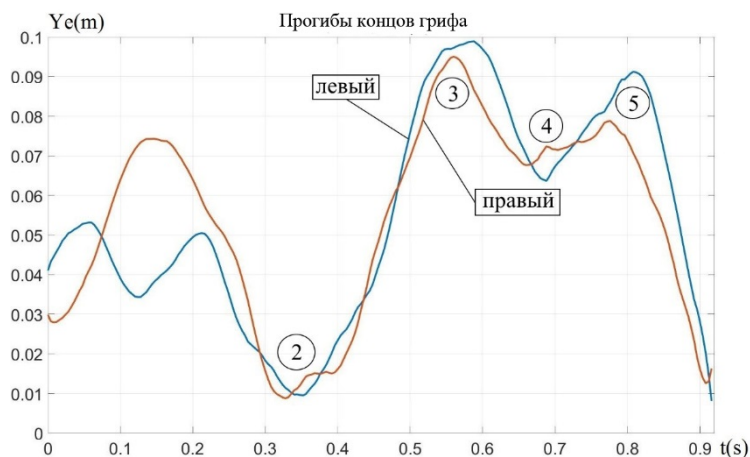


Рисунок 3 – Зависимость величины прогиба на конце грифа от времени для левого и правого концов грифа.

Как видно из рисунка 3, величина прогиба штанги на концах грифа в точках 2 и 3 достигает 10 см. Используя формулу (2), мы можем по величине измеренного прогиба вычислить силу, приложенную к снаряду. Также найти силу, приложенную к снаряду, позволяет рассчитанное для точки центра пакета блинов ускорение с использованием формулы (3).

$$P = m\bar{g} + m\bar{a}, \quad (3)$$

где m – масса штанги,

a – ускорение центра пакета блинов,

P – сила, прикладываемая спортсменом к штанге.

На рисунке 4 приведены графики зависимости силы, приложенной к снаряду, полученные двумя способами – с использованием алгоритма фильтрации и по формуле (2) в одних осях. Измеренные величины L_1 , L_2 , L_3 составили 0,6 м, 0,38 м и 0,31 м соответственно. Круговыми маркерами 1-5 обозначены локальные экстремумы на графике силы. Значения моментов времени, в которые достигаются эти экстремумы, а также значения собственно экстремумов приведены в таблице 1.

В таблице 1 столбцы t -фильтр и t -прогиб содержат моменты времени локальных экстремумов 1-5 кривых силы (рисунок 4), рассчитанных «по фильтру» и «по прогибу», столбец dt содержит модуль разницы между t -фильтр и t -прогиб. Столбцы F -фильтр и F -прогиб содержат значения локальных экстремумов силы 1-5, а столбец dFA – модуль разницы между этими столбцами.

Сравнение графиков силы, полученных двумя способами (рисунок 4), позволяет утверждать, что характер кривых совпадает. Подтверждением этого факта может служить столбец dt таблицы 1. В точках 1, 2, 4, 5 отклонение 0,012 с или меньше, в точках 2 и 3 менее 0,028 с. Это означает, что локальные экстремумы функции величины прогиба грифа штанги почти совпадают с экстремумами ускорения, полученными методом фильтрации.

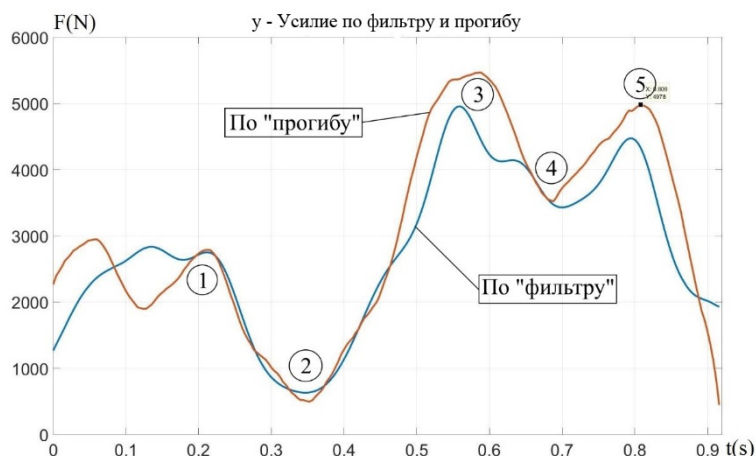


Рисунок 4 – Сила, приложенная к штанге, вычисленная «по фильтру» и с использованием прогиба

Таблица 1 – Значения силы, приложенной к снаряду, в точках 1-5 «по фильтру» и «по прогибу»

№	t-фильтр (s)	F-фильтр (N)	t-прогиб (s)	F-прогиб (N)	dt	dF
1	0,212	2752	0,212	2789	0,000	37
2	0,348	630	0,352	495	0,004	-135
3	0,560	4955	0,588	5468	0,028	513
4	0,700	3428	0,688	3519	0,012	91
5	0,796	4472	0,808	4978	0,012	506

Согласно формулам 1 и 2 прогиб штанги связан с силой линейной зависимостью. Можно сделать вывод, что значения силы, полученные по методу фильтрации и по прогибу, близки в области локальных максимумов. В области локальных минимумов значения ускорения отличаются в большей степени. Очевидно, что при малых значениях прогибов точность измерения величины прогиба падает, что и объясняет большие отклонения в нахождении силы с использованием величины прогиба.

Результаты проведенных экспериментальных расчетов позволяют сделать вывод о применимости метода нахождения ускорения по прогибу грифа штанги в случаях упражнений с большими весами и малым расстоянием между опорами, что справедливо для упражнений «подъем на грудь» и «толчок от груди». Для повышения точности вычисления искомых величин целесообразно использовать камеры с высоким разрешением видеосенсора, позволяющие точнее измерять величины прогиба штанги в зонах малых значений, а также использовать фронтальную 3D съемку упражнения двумя камерами с масштабированием по калибровочному кубу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хасин, Л.А. Методика расчета кинематических и динамических характеристик движений штанги с использованием математического моделирования и алгоритмов фильтрации / Л.А. Хасин, С.Б. Бурьян, А.Л. Дроздов // Биомеханика двигательных действий и биомеханический контроль в спорте : материалы V Всероссийской с международным участием научно-практической конференции / Министерство спорта Российской Федерации, Российский государственный университет физической культуры, спорта, молодежи и туризма, Московская государственная академия физической культуры. – М., 2017. – С. 187-193.
2. Хасин, Л.А. Биомеханический анализ техники выполнения рывка современными тяжелоатлетами высокой квалификации с использованием скоростной видеосъемки и математического моделирования / Л.А. Хасин // Вестник спортивной науки. – 2017. – № 1. – С. 13-19.
3. Хасин, Л.А. Исследование биомеханической микроструктуры сложнокоординационных двигательных действий высшей сложности на основе высокоскоростной видеосъемки и математического моделирования и эффективная методика их формирования и совершенствования до уровня

высшей спортивной результативности спортсменами высшей квалификации : отчет о НИР / рук. Хасин Л.А. – Малаховка, 2013. – 194 с. – № ГР 01201374168. – Инв. № 02201458725.

4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Расчет кинематических и динамических характеристик движения штанги / Л.А. Хасин, С.Б. Бурьян (Российская федерация). – № 2017613826 ; дата гос. регистрации в Реестре программ для ЭВМ 03.04.2017. – 1 с.

5. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Расчет кинематических и динамических характеристик по прогибу грифа штанги в процессе выполнения тяжелоатлетических упражнений / Л.А. Хасин, С.Б. Бурьян (Российская федерация). – № 2018615517 ; дата гос. регистрации в Реестре программ для ЭВМ 08.05.2018. – 1 с.

6. Александров, А.В. Сопротивление материалов : учебник для вузов / А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин. – М. : Высшая школа, 2000. – 560 с.

7. Шалманов, А. Кинематика и динамика движения штанги у тяжелоатлетов высокой квалификации в условиях соревнований / А. Шалманов, В. Скотников, А. Панин // Олимп. – 2012. – № 2-3. – С. 27-31.

REFERENCES

1. Khasin, L.A., Burjan, S.B. and Drozdov A.L. (2017), "The method of calculation of kinematic and dynamic characteristics of movements of a bar with use of mathematical modeling and algorithms Filtration", *Biomechanics of physical actions and biomechanical control in sport: materials of the Vth All-Russian scientific and practical conference with international participation*, Ministry of Sport of the Russian Federation; Russian state university of physical culture, sport, youth and tourism; Moscow state academy of physical culture, pp. 187-193.

2. Khasin, L.A. (2013), "The biomechanical analysis of technology of performance of snatch by modern elite weightlifters with use of high-speed video filming and mathematical modeling", *Vestnik sportivnoj nauki*, No. 1, pp. 13-19.

3. Hasin, L.A. [and others] (2013), *The research of the biomechanical microstructure of physical actions with difficult coordination and the highest complexity on the basis of high-speed video filming and mathematical modeling and the effective technique of their formation and improvement to the level of the highest sports effectiveness by athletes of the top skills: Report on research*, Malakhovka.

4. Khasin, L.A. and Burjan, S.B. (2017), *Certificate on the state registration of the computer program No. 2017613826*, "Calculation of kinematic and dynamic characteristics of the movement of the bar", Date of the state registration in the Register of the computer programs, April 03, 2017

5. Khasin, L.A. and Burjan, S.B. (2018), *Certificate on the state registration of the computer program No. 2018615517*, "Calculation of kinematic and dynamic characteristics for the post signature stamp deflection during performance of heavy athletics exercises", Date of the state registration in the Register of the computer programs, May 08, 2018.

6. Alexandrov, A.V., Potapov, V.D. and Derzhavin B.P. (2000), *Resistance of materials*, textbook, High school publishing house, Moscow.

7. Shalmanov, A., Skotnikov V. and Panin A. (2012), "Kinematic and dynamics of the movement of the bar at weight-lifters of high qualification in the conditions of competitions", *Olimp*, No. 2-3, pp. 27-31.

Контактная информация: NIIT@mgafk.ru

Статья поступила в редакцию 22.01.2019

УДК 796.88

МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ТЕХНИКИ ВЫПОЛНЕНИЯ РЫВКА КЛАССИЧЕСКОГО

*Леонид Александрович Хасин, директор, кандидат педагогических наук, доцент,
Андрей Леонидович Дроздов, старший научный сотрудник,
Научно-исследовательский институт информационных технологий Московской
государственной академии физической культуры (НИИТ МГАФК), Малаховка*

Аннотация

В настоящей работе предлагается методика расчета силы, приложенной к штанге, при выполнении спортсменом тяжелоатлетического рывка с использованием координат точек на штанге,